双频 GPS 数据的最优相位平滑伪距算法研究*

郭建锋[1,2]**　欧吉坤[1]　袁运斌[1]　王海涛[1,2]

1. 中国科学院测量与地球物理研究所 动力大地测量重点实验室, 武汉 430077;

2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039

摘要　相位平滑伪距算法可以有效抑制多路径效应对伪距的不良影响, 其计算效率高, 对数据传输的要求低, 因此在 GPS 数据处理领域受到了广泛的关注和研究. 基于参数的最优估计理论, 对 Hatch 滤波进行了改进, 重点讨论了双频 GPS 数据的最优相位平滑伪距算法. 由该算法平滑得到的观测量与原始观测数据包含的信息量相同, 即最优相位平滑伪距算法与非组合算法等价. 理论研究结果表明该方法能够更有效地削弱多路径的影响, 从而得到精度更高的定位结果.

关键词　**GPS**　相位平滑伪距算法　**Hatch** 滤波　时不变组合

GPS 测量中, 码伪距的观测噪声远大于载波相位, 受多路径影响的程度也比相位观测量严重; 载波相位尽管有很高的观测精度, 但由于初始模糊度参数是未知的, 因此其准确度较低. 通过将码伪距与相位两类观测量进行适当组合, 可以有效提高码伪距的精度(换言之, 提高相位的准确度), 这就是相位平滑伪距的基本思想[1—6].

相位平滑伪距算法可以有效抑制多路径效应对伪距的影响, 且不存在模糊度解算问题, 其计算效率高, 对数据传输的要求低, 因此在 GPS 数据处理领域受到了广泛的关注和研究, 其中提出最早、应用也最广泛的一种算法称为 Hatch 滤波[1—6].

本文在对 Hatch 滤波进行深入剖析的基础上, 基于最优估计理论首先对其进行了改进; 然后讨论了双频 GPS 数据的最优相位平滑伪距算法. 利用最优相位平滑伪距算法平滑后的伪距观测量与原始 GPS 双频数据包含的信息量相同. 测码伪距与载波相位的精度越接近, 最优相位平滑伪距算法的优越性就越大.

1　Hatch 滤波及其改进

分别以 R_j, L_j ($j=1, 2$) 表示码伪距和载波相位观测量, 根据双频 GPS 数据可以对模糊度参数 N_1, N_2 做如下估计[7]

$$\lambda_1 N_1 = L_1 - (h_1 - h_2) R_1 - 2h_2 R_2 \tag{1}$$

$$\lambda_2 N_2 = L_2 - 2h_1 R_1 + (h_1 - h_2) R_2 \tag{2}$$

这里 $h_1 = \dfrac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}$, $h_2 = -\dfrac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}$; λ_j, f_j 则分别表示载波 L_j ($j=1, 2$) 的波长与频率.

模糊度参数具有时不变性, 上面两种组合方式均为时不变组合. 显然, 时不变组合既是消电离层组合, 又是无几何影响组合. Hatch 提出的相位平滑伪距算法[1,5,6], 利用到相位与测码伪距的以下时不变组合

$$\lambda_{IF} N_{IF} = L_{IF} - R_{IF} \tag{3}$$

2007-02-27 收稿, 2007-08-24 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 40625013, 40674012, 140474009)

** E-mail: jianfeng.guo@gmail.com

其中

$$\lambda_{\mathrm{IF}}=\frac{c}{f_1^2-f_2^2},\ N_{\mathrm{IF}}=f_1N_1-f_2N_2,$$

$$L_{\mathrm{IF}}=h_1L_1+h_2L_2,\ R_{\mathrm{IF}}=h_1R_1+h_2R_2$$

这里符号 c 表示光在真空中的传播速度.

假定对某颗 GPS 卫星连续观测了 $n(\geqslant 2)$ 个历元，则可以求出时不变参数的算术平均值

$$\begin{aligned}\lambda_{\mathrm{IF}}N_{\mathrm{IF}}^n&=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(L_{\mathrm{IF}}^j-R_{\mathrm{IF}}^j\right)\\&=\frac{n-1}{n}\lambda_{\mathrm{IF}}N_{\mathrm{IF}}^{n-1}+\frac{1}{n}(L_{\mathrm{IF}}^n-R_{\mathrm{IF}}^n)\end{aligned}\tag{4}$$

可以得到

$$\begin{aligned}R_{\mathrm{IF}}^n&=L_{\mathrm{IF}}^n-\lambda_{\mathrm{IF}}N_{\mathrm{IF}}^n\\&=\frac{n-1}{n}(R_{\mathrm{IF}}^{n-1}+L_{\mathrm{IF}}^n-L_{\mathrm{IF}}^{n-1})+\frac{R_{\mathrm{IF}}^n}{n}\end{aligned}\tag{5}$$

称为 Hatch 滤波[1, 3, 5].

根据（5）式，顾及关系式 $R_{\mathrm{IF}}^1=R_{\mathrm{IF}}^1$，得到

$$R_{\mathrm{IF}}^n=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}R_{\mathrm{IF}}^j+\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(L_{\mathrm{IF}}^n-L_{\mathrm{IF}}^j)\tag{6}$$

上式清楚地表明，Hatch 滤波器中利用算术平均运算提取出码伪距的低频成分，而相位的高频成分的提取则是基于时间差分算子实现的.

由于形式简单、易于实现，因此 Hatch 滤波得到了广泛的应用. 然而 Hatch 滤波只是一种次优滤波[5]，还存在较之更优的滤波器.

在保证无偏性的同时，改进的 Hatch 滤波器的输出应该具有较小的方差. 为此构造如下一组滤波器

$$R_{\mathrm{IF}}^n(\theta)=(1-\theta)R_{\mathrm{IF}}^n+\theta(L_{\mathrm{IF}}^n-\lambda_{\mathrm{IF}}N_{\mathrm{IF}}^n)\tag{7}$$

其中 θ 为任意实数.

为讨论方便起见，假定同类观测量等精度. 若以符号 γ 表示码伪距与相位观测量的权比，以 $\sigma_{R_{\mathrm{IF}}}^2$ 表示组合观测量 R_{IF} 的方差，则(7)式给出的滤波器的输出的方差为

$$\mathrm{cov}[R_{\mathrm{IF}}^n(\theta)]=\frac{n-1}{n}\sigma_{R_{\mathrm{IF}}}^2\left[(1+\gamma)\theta^2-2\theta+\frac{n}{n-1}\right]\tag{8}$$

容易证明，当 $\theta^*=(1+\gamma)^{-1}$ 时，(8)式取得最小值，此时对应的滤波器在(7)式给出的一组滤波器中是最优的(在最小方差意义下)，并且是唯一的，我们称之为改进的 Hatch 滤波：

$$R_{\mathrm{IF}}^n(\theta^*)=\frac{1}{1+\gamma}(\gamma R_{\mathrm{IF}}^n+L_{\mathrm{IF}}^n-\lambda_{\mathrm{IF}}N_{\mathrm{IF}}^n\tag{9}$$

由于

$$\mathrm{cov}[R_{\mathrm{IF}}^n(\theta^*)]=\frac{n-1}{n}\sigma_{R_{\mathrm{IF}}}^2\left(\frac{\gamma}{1+\gamma}+\frac{1}{n-1}\right)\tag{10}$$

而

$$\mathrm{cov}(R_{\mathrm{IF}}^n)=\frac{n-1}{n}\sigma_{R_{\mathrm{IF}}}^2\left(\gamma+\frac{1}{n-1}\right)\tag{11}$$

表明改进算法优于 Hatch 滤波. 改进算法的精度增益可以用方差比 $\mathrm{cov}(R_{\mathrm{IF}}^n)/\mathrm{cov}[R_{\mathrm{IF}}^n(\theta^*)]$ 来衡量，其与平滑历元数 n 及 γ 之间的关系如图 1 所示.

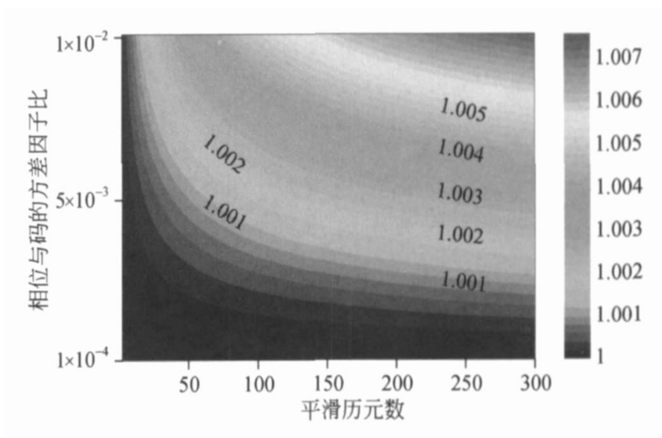

图 1 改进 **Hatch** 滤波算法的精度增益

根据图 1 可知，改进算法优于 Hatch 滤波，但改进的程度有限，当 γ 较小时尤为如此. 改进算法精度增益的极限值为

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\mathrm{cov}(R_{\mathrm{IF}}^n)}{\mathrm{cov}[R_{\mathrm{IF}}^n(\theta^*)]}=1+\gamma\tag{12}$$

2 双频 GPS 数据的最优相位平滑伪距算法

在 Hatch 滤波及其改进形式中，都只用到了码-码、相位-相位两种消电离层组合方式，这必然在一定程度上造成信息的损失. 因此，尽管改进后的 Hatch 滤波较改进前具有更小的方差，但仍然不是全局最优的滤波器.

对于双频 GPS 数据来说，可以证明，R_{IF}^n 是当前观测历元几何因子项的最优线性无偏估计[7,8]，因此全局最优滤波器应是具有如下形式

$$R_{IF}^n(\theta_1,\theta_2)=R_{IF}^n+\theta_1\lambda_1(N_1^n-N_1^n)+\theta_2\lambda_2(N_2^n-N_2^n) \tag{13}$$

的观测量的线性组合，其中 θ_1，θ_2，为任意实数.

将递推关系式

$$\lambda_i N_i^n=\frac{1}{n}\lambda_i N_i^n+\frac{n-1}{n}\lambda_i N_i^{n-1}, i=1,2$$

代入(13)式，得到

$$R_{IF}^n(\theta_1,\theta_2)=R_{IF}^n+\frac{n-1}{n}(\theta_1\lambda_1 N_1^n+\theta_2\lambda_2 N_2^n)-\frac{n-1}{n}(\theta_1\lambda_1 N_1^{n-1}+\theta_2\lambda_2 N_2^{n-1}) \tag{14}$$

引入记号

$$y_1=-(h_1-h_2)\theta_1-2h_1\theta_2, y_2=-2h_2\theta_1+(h_1-h_2)\theta_2$$

则(14)式可表为

$$R_{IF}^n(\theta_1,\theta_2)=\frac{n-1}{n}(\theta_1 L_1^n+\theta_2 L_2^n)+\left(h_1+\frac{n-1}{n}y_1\right)R_1^n+\left(h_2+\frac{n-1}{n}y_2\right)R_2^n-\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n-1}(\theta_1 L_1^j+\theta_2 L_2^j+y_1R_1^j+y_2R_2^j)$$

如果假定观测量不存在时间相关性[9]的影响，则得到

$$\mathrm{cov}[R_{IF}^n(\theta_1,\theta_2)]=\frac{n-1}{n}\sigma_P^2\left((\theta_1^2+\theta_2^2)\gamma+(h_1+y_1)^2+(h_2+y_2)^2+\frac{h_1^2+h_2^2}{n-1}\right) \tag{15}$$

根据(15)式，利用多元函数极值理论，得到条件方程组

$$\begin{pmatrix}\gamma+(h_1-h_2)^2+4h_2^2 & 2(h_1-h_2)^2\\ 2(h_1-h_2)^2 & \gamma+(h_1-h_2)^2+4h_1^2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}\theta_1\\ \theta_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2h_2^2+h_1(h_1-h_2)\\ 2h_1^2-h_2(h_1-h_2)\end{pmatrix} \tag{16}$$

求解该方程组，得到

$$\begin{cases}\theta_1^*=\dfrac{(h_1-h_2)^2\gamma+h_2\gamma+h_1}{(1+\gamma)^2+4(h_1-h_2)^2\gamma}\\ \theta_2^*=\dfrac{(h_1-h_2)^2\gamma+h_1\gamma+h_2}{(1+\gamma)^2+4(h_1-h_2)^2\gamma}\end{cases} \tag{17}$$

将其代入(13)或(14)式，得到双频最优相位平滑伪距算法.

在双频 GPS 数据所有的线性组合方式中，$R_{IF}^n(\theta_1^*,\theta_2^*)$具有最小方差，这种组合方式与原始观测数据包含的信息量相同. 换言之，双频 GPS 数据的最优线性组合与非组合数据等价[5].

注意到

$$\mathrm{cov}[R_{IF}^n(\theta_1^*,\theta_2^*)]=\frac{n-1}{n}\sigma_{R_{IF}}^2\cdot\left(\frac{(1+\gamma)\gamma}{(1+\gamma)^2+4(h_1-h_2)^2\gamma}+\frac{1}{n-1}\right) \tag{18}$$

结合(10)及(11)式可知，当测码伪距与载波相位精度相差较小时，Hatch 滤波及其改进形式造成的精度损失是相当可观的.

最优滤波算法相对于 Hatch 滤波的精度增益指标与平滑历元数 n 及 γ 之间的关系如图2所示.

图2表明，码与相位的精度越接近，最优滤波的优越性体现得就越明显；随着平滑历元数的增多，最优滤波的精度增益也在逐渐提高. 相对于 Hatch 滤波，最优滤波算法精度增益的极限值为

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\mathrm{cov}(R_{IF}^n)}{\mathrm{cov}[R_{IF}^n(\theta_1^*,\theta_2^*)]}\approx 1+67.96\gamma \tag{19}$$

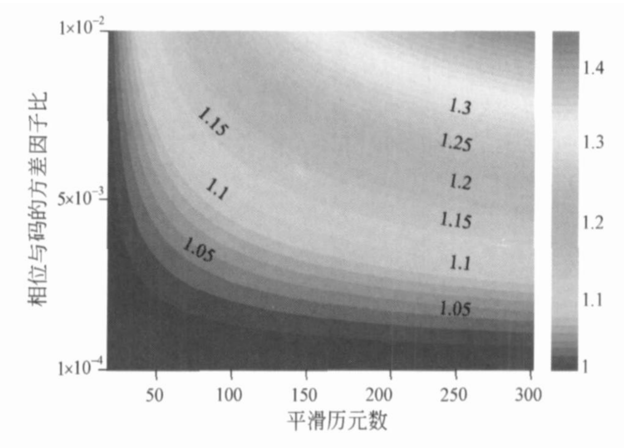

图2 最优滤波算法的精度增益

如果视模糊度参数为常量型系统误差，那么既可以通过函数模型补偿，也可以通过随机模型精化予以处理，二者具有等价性[8,10]．若将模糊度参数归入随机模型进行处理，则在极限形式下可以得到类似的结果[5]．

3 讨论与结论

（1）相位平滑伪距算法的实质是根据模糊度参数的时不变性，在定位计算前将其进行了约化，这与在定位（或导航）模型中对模糊度参数进行越组约化是等价的．

（2）讨论的三种滤波算法中，Hatch滤波提出得最早、应用也最广泛；为更有效地削弱多路径的影响，得到精度更高的定位结果，宜采用最优相位平滑伪距算法．

（3）文中几种滤波都是在假定观测过程中没有发生周跳的条件下给出的．若探测出某个历元发生了周跳，应该重新启动滤波器．由于Doppler频移积分值不受周跳问题的影响，因此也可以采用Doppler频移积分值代替相位差[2,11]．

（4）进行导航、定位计算时，不同GPS卫星观测量进行平滑的次数（开窗的窗宽）往往不尽相同，并且会有新的GPS卫星升起的现象，因此平滑后的伪距观测量随卫星的不同其精度可能会有较大差异，这就要求必须根据（10）或（11）及（18）式对所有卫星进行严密定权；否则，将导致解算结果中出现“突刺”现象[12]．

参 考 文 献

1 Hatch R. The synergism of GPS code and carrier measurements. In: Proc, 3rd Int. Geodetic Symposium on Satellite Doppler Positioning, Las Cruces, NM., DMA/NGS, Washington, DC, 1982, 1213—1232

2 Hofmann Wellenhof B, Lichtenegger H, Collins J. Global Positioning System: Theory and Practice. 5th ed. Berlin, Heidelberg, New York: Springer—Verlag, 2001

3 Dai D, Walter T, Comp CJ, et al. High integrity multipath mitigation techniques for ground reference stations. In: Proc, ION GPS—97, Kansas City, Missouri, USA, 593—604

4 Park B, Kee C. Optimal Hatch filter with a flexible smoothing window width. In: Proc, ION GNSS 2005, Long Beach, California, USA, 2005, 592—602

5 Wu SC, Melbourne WG. An optimal GPS data processing technique for precise positioning. IEEE Trans Geosci and Remote Sensing, 1993, 31(1): 146—152

6 McGraw G. How can dual frequency code and carrier measurements be optimally combined to enhance position solution accuracy? Inside GNSS, 2006, 1(5): 17—19

7 郭建锋. 模型误差理论若干问题研究及其在GPS数据处理中的应用. 中国科学院测量与地球物理研究所博士学位论文，武汉，2007

8 Blewitt G. GPS data processing methodology. In: Teunissen P J G, Kleusberg A, eds. GPS for Geodesy. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag, 1998, 231—270

9 Guo JF, Ou JK, Ren C. Partial continuation model and its application in mitigating systematic errors of double-differenced GPS measurements. Progress in Natural Science, 2005, 15(3): 246—251

10 周江文. 拟合推估的两种解法. 测绘学报，1981，10(1)：9—12

11 Xu G. GPS: Theory, Algorithms and Applications. 2nd edn. Berlin, Heidelberg, New York: Springer Verlag, 2007

12 王海涛，欧吉坤，郭建锋. GPS相位平滑伪距严密定权及其在卫星编队飞行相对定位中的应用. 宇航学报，2007，28(2)：282—286